

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» апреля 2026 г., протокол № 7

Рабочая программа дисциплины

Современная алгебра

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки:

44.04.01 Педагогическое образование

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) программы:

Математическое образование

Квалификация выпускника

магистр

Форма обучения

Заочная

Год начала подготовки - 2026

(по учебному плану)

Карачаевск, 2026

Составитель: *канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры алгебры и геометрии Кубекова Б.С.*

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018, № 126, учебным планом, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2026-2027 уч. год.

Протокол № 8 от 15.04.2026 г.

Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	7
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	10
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций.....	10
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания	10
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины	11
7.3.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен)	11
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций.....	12
7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ.....	12
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	13
8.1. Основная литература:.....	13
8.2. Дополнительная литература	14
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	14
9.1. Общесистемные требования.....	14
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	14
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения	15
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	15
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	15
11. Лист регистрации изменений	16

1. Наименование дисциплины (модуля)

СОВРЕМЕННАЯ АЛГЕБРА

Целью изучения дисциплины является: формирование знаний, умений и навыков, а также личностных качеств, обеспечивающих: понимание обучающимися тенденций развития современной алгебры, перспективных проблем научных исследований в сфере образования.

Для достижения цели ставятся задачи:

- изучить понятийный аппарат, необходимый для изучения дисциплины;
- овладеть фундаментальными методами современной алгебры;
- усвоить алгебраический язык, который связывает алгебру и другие фундаментальные предметы, которые изучаются в магистратуре;
- усвоить некоторые методические приемы, которые будут использоваться в последующей работе;
- получить знания из области алгебры необходимые для дальнейшего самостоятельного приложения основных алгебраических методов к разработке научных проблем и задач из области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) относится к обязательным дисциплинам Блока 1.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО	
Индекс	Б1.О.08
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Данная учебная дисциплина является базовой и опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по дисциплинам «Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ», «Математика» в объеме средней школы и программ бакалавриата	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Дисциплина «Современная алгебра» является самостоятельной дисциплиной, необходимой для последующего освоения других дисциплин базового и профессионального циклов, а также для выполнения научно-исследовательской работы	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Современная алгебра» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
ПК-4	Способен проводить исследования в предметной области научного знания и в сфере образования, разрабатывать инновационные механизмы и инструментарий для решения научных задач	ПК-4.1. Знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования ПК-4.2. Умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов ПК-4.3. Владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 4 ЗЕТ, 144 академических часа.

Объем дисциплины	Всего часов	
		для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины		144
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)		12
Аудиторная работа (всего):		12
в том числе:		
лекции		4
семинары, практические занятия		8
практикумы		
лабораторные работы		
Внеаудиторная работа:		
курсовые работы		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), рефераты, контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)		124
Контроль самостоятельной работы		8
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет /		экзамен

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для заочной формы обучения

№ п/п	Курс/семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
				всего	Аудиторные уч. занятия		
					Лек	Пр	Лаб
		Раздел 1. Основные алгебраические структуры и их свойства					
1	1/1	Основные алгебраические структуры: полугруппа, моноид, группа, кольцо, поле, векторные пространства и модули. Отображения на алгебраических структурах и их свойства: гомоморфизмы, мономорфизмы, эпиморфизмы и изоморфизмы и их свойства. Ядро и образ морфизмов.	9	2			7
2	1/1	Кольца и подкольца. Области целостности. Типы колец: коммутативные кольца, булевы кольца, кольцо формальных степенных рядов, кольцо формальных степенных	11		2		9

		рядов Лоренца. Единицы колец и делители нуля. Нильпотенты колец. Критерий подколец. Правые и левые идеалы колец. Идеалы колец. Операции над идеалами. Простые и максимальные идеалы колец и их свойства.					
3	1/1	Отношение эквивалентности и его свойства. Отношение сравнимости в кольце по модулю идеала. Фактор-группа и фактор-кольцо по идеалу в коммутативных кольцах. Теоремы об изоморфизме образа группы и кольца.	9				9
4	1/1	Образующие кольца. Главные идеалы кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидово кольцо. Ассоциированные, простые и неприводимые элементы кольца. Доказательство того, что в кольце главных идеалов простота и неприводимость элементов равносильны. Доказательство обрыва возрастающей цепочки идеалов в кольце главных идеалов. Представление каждого не единичного элемента в виде произведения неприводимых и его однозначность.	11		2		9
5	1/1	Неприводимый многочлен над полем и его свойства. Теорема о кратности корней неприводимого многочлена. Минимальный аннулятор элемента, его степень и свойства этого многочлена.	9				9
		Раздел 2. Расширения полей. Их виды и свойства					
6	1/1	Расширение полей. Степень расширения. Закон башни. Гомоморфизм полей и его продолжение. Теорема Кронекера о корнях многочлена. Конечнопорожденное расширение поля. Простое расширение поля, примеры и его свойства. Занятие проводится в интерактивной форме - управляемая дискуссия.	11	2			9
7	1/1	Алгебраический и трансцендентный элементы поля. Алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Теорема об алгебраичности конечного расширения поля. Теорема о простом алгебраическом расширении поля. F-гомоморфизмы полей и их свойства. Теорема об эндоморфизме поля. Занятие проводится в интерактивной форме - управляемая дискуссия.	9				9
8	1/1	Теорема о связи алгебраичности расширения и корня минимального аннулятора. Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическое замыкание поля. Теорема о существовании алгебраического замыкания поля. Лемма о продолжении гомоморфизма поля в алгебраически замкнутое поле. Теорема о существовании продолжения гомоморфизма с поля F в алгебраически замкнутое поле на его алгебраическое расширение K.	11		2		9
9	1/1	Поле разложения многочленов и его существование. Теорема о единственности поля разложения.	9				9
10	1/1	Нормальное расширение поля. Теорема о трех эквивалентных определениях нормальности расширения поля. Теорема о том, что всякое нормальное расширение поля есть поле разложения какого-то многочлена.	9				9
11	1/1	Простые поля. Характеристика кольца и поля. Сепарабельные и несепарабельные многочлены. Теорема о необходимом и достаточном условии несепарабельности многочлена. Примеры сепарабельных и несепарабельных многочленов	9				9
12	1/1	Раздел 3. Конечные поля. Их строение и свойства					
		Конечные поля. Их строение и свойства. Теорема о существовании поля из p^k – элементов для простого p и $k \in \mathbb{N}$. Лемма о числе корней сепарабельного многочлена в его поле разложения. Теорема о сепарабельности многочлена $f(x)=x^n-1$. Теорема о совпадении конечного поля с полем разложения многочлена $f(x) = x^{p^n} - x$.	9				9
13	1/1	Структура мультипликативной группы конечного поля, теорема о ее цикличности. Свойство сепарабельности неприводимых многочленов над конечными полями. Авто-	11		2		9

		морфизмы Фробениуса конечных полей. Теорема о том, что группа автоморфизмов конечного поля есть циклическая группа и порождена автоморфизмом Фробениуса.					
14	1/1	Сепарабельные расширения полей. Теорема о том, что любое конечное сепарабельное расширение является простым. Теорема о сохранении сепарабельности при конечных расширениях. Теорема о количестве продолжений гомоморфизмов. Совершенные поля. Необходимое и достаточное условие совершенности полей конечной характеристики.	9				9
		Контроль самостоятельной работы	8				
		ВСЕГО	136	4	8		124

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, обобщений; выделение ключевых слов, терминов. Проверка терминов, понятий с помощью справочников с выписыванием в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, вызывающего трудности. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Уделить внимание следующим понятиям (<i>перечисление понятий</i>) и др.
Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом (<i>указать текст из источника и др.</i>). Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.
Контрольная работа/индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.
Коллоквиум	Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам и др.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Современная алгебра» предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем курса, определенных программой. Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются:

- подготовка докладов к практическим занятиям;
- самоподготовка по вопросам;
- подготовка к экзамену.

Важной частью самостоятельной работы является изучение учебной литературы. Основная функция учебников - ориентировать магистранта в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. В процессе изучения данной дисциплины учитывается посещаемость лекций, оценивается активность студентов на практических занятиях, а также качество и своевременность подго-

товки теоретических материалов, докладов. По окончании изучения дисциплины проводится экзамен по предложенным вопросам и заданиям.

Вопросы, выносимые на экзамен, должны служить постоянными ориентирами при организации самостоятельной работы студента. Таким образом, усвоение учебного предмета в процессе самостоятельного изучения учебной и научной литературы является и подготовкой к экзамену, а сам экзамен становится формой проверки качества всего процесса учебной деятельности магистранта.

Магистрант, показавший высокий уровень владения знаниями, умениями и навыками по предложенному вопросу, считается успешно освоившим учебный курс. В случае большого количества затруднений при раскрытии предложенного на экзамене вопроса магистранту предлагается повторная сдача в установленном порядке.

Для успешного овладения курсом необходимо выполнять следующие требования:

- 1) посещать все занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и теоретического овладения пропущенного недостаточно для качественного усвоения;
- 2) все рассматриваемые на практических занятиях темы обязательно конспектировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 3) обязательно выполнять все домашние задания;
- 4) проявлять активность на занятиях и при подготовке, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому магистранту;
- 5) в случаях пропуска занятий, по каким-либо причинам, обязательно «отрабатывать» пропущенное занятие преподавателю во время индивидуальных консультаций.

Методические рекомендации по освоению лекционного материала, подготовке к лекциям

Лекция - ведущая форма организации учебного процесса в вузе. Половину аудиторных занятий по курсу «Современная алгебра» составляют лекции, поэтому умение работать на них - насущная необходимость магистранта. Принято выделять три этапа этой работы. Первый - предварительная подготовка к восприятию, в которую входит просмотр записей предыдущей лекции, ознакомление с соответствующим разделом программы и предварительный просмотр учебника по теме предстоящей лекции, создание целевой установки на прослушивание.

Второй - прослушивание и запись, предполагающие внимательное слушание, анализ излагаемого, выделение главного, соотношение с ранее изученным материалом и личным опытом, краткую запись, уточнение непонятного или противоречиво изложенного материала путем вопросов лектору. Запись следует делать либо на отдельных пронумерованных листах, либо в тетради. Обязательно надо оставлять поля для методических пометок, дополнений. Пункты планов, формулировки правил, понятий следует выделять из общего текста. Целесообразно пользоваться системой сокращений наиболее часто употребляемых терминов, а также использовать цветовую разметку записанного при помощи фломастеров.

Третий - доработка лекции: перечитывание и правка записей, параллельное изучение учебника, дополнение выписками из рекомендованной литературы, заучивание основных определений, теорем и их доказательств.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Целями освоения дисциплины (модуля) «Современная алгебра» являются вооружение студентов знанием актуальных проблем алгебры.

При подготовке магистрантов к практическим занятиям по курсу необходимо не только знакомить студентов с теориями и методами практики, но и стремиться отрабатывать на практике необходимые навыки и умения.

Практическое занятие - это активная форма учебного процесса в вузе, направленная на умение магистрантов переработать учебный текст, обобщить материал, развить критичность мышления, отработать практические навыки в решении задач.

В рамках курса «Современная алгебра» практические занятия включают разбор от-

дельных вопросов, теорем и их доказательств, решение задач.

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.

Практические (семинарские) занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

1.Обсуждение в группах

Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождение истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5.... 10 ошибок);
- ввести алгоритм выработки общего мнения (решения);
- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

2.Публичная презентация проекта

Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

3.Дискуссия

Как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, текстовая дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55 % баллов)
ПК-4: Способен проводить исследования в предметной области научного знания и в сфере образования, разрабатывать инновационные механизмы и инструментарий для решения научных задач	ПК-4.1. В полном объеме знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования	ПК-4.1. Знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования	ПК-4.1. В целом знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования	ПК-4.1. Не знает фрагментарно особенности проведения исследований в области математики и математического образования
	ПК-4.2. Умеет в полном объеме решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Умеет в целом решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Не умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов
	ПК-4.3. В полном объеме владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. Владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. В целом владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. Не владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста

7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inYE-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.3.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен)

1. Основные алгебраические структуры: полугруппа, моноид, группа, кольцо, поле, векторные пространства и модули.
2. Отображения на алгебраических структурах и их свойства: гомоморфизмы, мономорфизмы, эпиморфизмы и изоморфизмы и их свойства.
3. Ядро и образ морфизмов. Кольца и подкольца. Области целостности.
4. Типы колец: коммутативные кольца, булевы кольца, кольцо формальных степенных рядов, кольцо формальных степенных рядов Лоренца.
5. Единицы колец и делители нуля. Нильпотенты колец. Критерий подколец.
6. Правые и левые идеалы колец. Идеалы колец. Операции над идеалами. Простые и максимальные идеалы колец и их свойства.
7. Отношение эквивалентности и его свойства. Отношение сравнимости в кольце по модулю идеала.
8. Фактор-группа и фактор-кольцо по идеалу в коммутативных кольцах. Теоремы об изоморфизме образа группы и кольца.
9. Образующие кольца. Главные идеалы кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидово кольцо. Ассоциированные, простые и неприводимые элементы кольца.
10. Доказательство того, что в кольце главных идеалов простота и неприводимость элементов равносильны.
11. Доказательство обрыва возрастающей цепочки идеалов в кольце главных идеалов. Представление каждого не единичного элемента в виде произведения неприводимых и его однозначность.
12. Неприводимый многочлен над полем и его свойства. Теорема о кратности корней неприводимого многочлена. Минимальный аннулятор элемента, его степень и свойства этого многочлена.
13. Расширение полей. Степень расширения. Закон башни. Гомоморфизм полей и его продолжение.
14. Теорема Кронекера о корнях многочлена. Конечнопорожденное расширение поля.
15. Простое расширение поля, примеры и его свойства.
16. Алгебраический и трансцендентный элементы поля. Алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Теорема об алгебраичности конечного расширения поля.
17. Теорема о простом алгебраическом расширении поля. F-гомоморфизмы полей и их свойства.
18. Теорема об эндоморфизме поля.
19. Теорема о связи алгебраичности расширения и корня минимального аннулятора.
20. Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическое замыкание поля. Теорема о существовании алгебраического замыкания поля.
21. Лемма о продолжении гомоморфизма поля в алгебраически замкнутое поле.
22. Теорема о существовании продолжения гомоморфизма с поля F в алгебраически замкнутое поле на его алгебраическое расширение K.
23. Поле разложения многочленов и его существование. Теорема о единственности поля разложения.
24. Нормальное расширение поля. Теорема о трех эквивалентных определениях нормальности расширения поля.

25. Теорема о том, что всякое нормальное расширение поля есть поле разложения какого-то многочлена.
26. Простые поля. Характеристика кольца и поля.
27. Сепарабельные и несепарабельные многочлены. Теорема о необходимом и достаточном условии несепарабельности многочлена. Примеры сепарабельных и нееспарабельных многочленов.
28. Конечные поля. Их строение и свойства. Теорема о существовании поля из p^k – элементов для простого p и $k \in \mathbb{N}$.
29. Лемма о числе корней сепарабельного многочлена в его поля разложения. Теорема о сепарабельности многочлена $f(x)=x^n - 1$.
30. Теорема о совпадении конечного поля с полем разложения многочлена $f(x) = x^{p^n} - x$
31. Структура мультипликативной группы конечного поля, теорема о ее цикличности. Свойство сепарабельности неприводимых многочленов над конечными полями.
32. Автоморфизмы Фробениуса конечных полей. Теорема о том, что группа автоморфизмов конечного поля есть циклическая группа и порождена автоморфизмом Фробениуса.
33. Сепарабельные расширения полей. Теорема о том, что любое конечное сепарабельное расширение является простым.
34. Теорема о сохранении сепарабельности при конечных расширениях.
35. Теорема о количестве продолжений гомоморфизмов.
36. Совершенные поля. Необходимое и достаточное условие совершенности полей конечной характеристики.

7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1

1. В множестве K , состоящем из 8 элементов: $1, -1, i, j, k, -i, -j, -k$, задано действие при помощи таблицы умножения:

1	-1	i	j	$-k$
-1	1	$-i$	$-j$	k
i	$-i$	1	j	$-k$
j	$-j$	$-i$	1	k
$-k$	k	j	$-j$	1
$-i$	i	-1	k	$-j$
$-j$	j	k	$-k$	-1
k	$-k$	j	$-j$	i
$-k$	k	j	$-j$	$-i$

 - а) Доказать, что это множество является группой. Эта группа носит название группы кватернионов.
 - б) Доказать, что она изоморфна Q_8 .
 - в) Определить порядки всех элементов этой группы.
 - г) Найти все подгруппы этой группы.
2. Шесть функций: $x \rightarrow x$; $x \rightarrow 1/(1-x)$; $x \rightarrow (x-1)/x$; $1/x$; $x/(x-1)$; $x \rightarrow 1-x$.

из множества M всех вещественных чисел, отличных от 0 и 1 образуют группу относительно операции композиции функций $fg(x)=g(f(x))$. Доказать, что она изоморфна S_3 (группа перестановок порядка 3).

3. Доказать, что конечная подгруппа мультипликативной группы любого поля – циклическая.

4. Описать подгруппу квадратов в поле из $2n$.

5. Пусть F поле из q элементов и n - некоторое натуральное число. Показать, что в $F[x]$ существуют неприводимые многочлены степени $\deg = n$.

Контрольная работа № 2.

1. Доказать, что если $(u, v)=1$, то $(u+v, u-v)=1$ либо $(u+v, u-v)=2$.

2. Доказать, что $\sqrt[n]{m}$ число иррациональное, если m не является n -ой степенью натурального числа.

3. Доказать, что 2 делится на $(1+i)^2$ в $Z[i]$.

4. Для $\alpha = a + b\omega$ из $Z[\omega]$ определим $\lambda(\alpha) = a^2 - ab + b^2$. Показать, что α является единицей, тогда и только тогда, когда $\lambda(\alpha) = 1$.

5. Определим $Z[\sqrt{-2}]$ как множество комплексных чисел вида $a+b\sqrt{-2}$, где a, b - целые числа. Показать, что $Z[\sqrt{-2}]$ - евклидово кольцо.

Критерии оценивания:

- оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены все задания, но допущены ошибки, не влияющие на ход и смысл их решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнено правильно хотя бы одно задание работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнено правильно ни одного задания.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. Кондратьев, Г. В. Геометрическая алгебра Клиффорда: монография / Г.В. Кондратьев. — Москва: ИНФРА-М, 2022. — 217 с. — (Научная мысль). — DOI 10.12737/1832489. - ISBN 978-5-16-017235-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1832489> – Режим доступа: по подписке.

2. Численные методы линейной алгебры: учебное пособие. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Магистр, 2021. — 528 с. - ISBN 978-5-16-109374-0. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1238539> – Режим доступа: по подписке.

3. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1015326> – Режим доступа: по подписке.

4. Юдович В.И. Математические модели естественных наук. Издательство: "Лань", ISBN: 978-5-8114-1118-4, 2011, 336 стр. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=689

8.2. Дополнительная литература

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры.- М.:МЦНМО, 2011 [//biblioclub.ru](http://biblioclub.ru)
2. Ильин В.А. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: учебник М.: Физмалит, 2011, [// biblioclub.ru](http://biblioclub.ru)
3. Кочетова Ю.В. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы: курс лекций. - М.: Прометей, 2013-80 с. [// biblioclub.ru](http://biblioclub.ru)

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 332 эбс с 02.06.2026г. Электронный адрес: https://znanium.com	С 02.06.2026г. до 01.06.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 12 от 26.02.26г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 26.02.2026г. до 31.01.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22. 02. 2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых ра-

бот), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- MicrosoftWindows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- MicrosoftOffice (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevir<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) –<http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window/edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ](#) в КЧГУ», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО